

### 3.7 Überlagerung von Spannungen, Hauptnormalspannungen, Fließhypothese

Mit den Querschnittswerten und den Materialkonstanten  $E$  und  $G$  werden sogenannte Steifigkeiten definiert, die im Bauwesen sehr oft als eigenständige Begriffe verwendet werden. Steifigkeiten repräsentieren im Wesentlichen den Widerstand, den ein Bauteil einer Einwirkung entgegenzusetzen vermag. Dabei spielen das Material (über  $G$  und  $E$ ) und die Dimension (über die Querschnittswerte) die entscheidende Rolle. Als Koppelglied zur Beschreibung der **inneren Arbeit** infolge der Spannungen in den Bauteilen, die mit der **äußeren Arbeit** infolge der Einwirkungen im Gleichgewicht steht, sind die Steifigkeiten wichtige Kenngrößen für jede Tragwerksplanung. Es sind definiert:

**a) Dehnsteifigkeit** = Produkt von Querschnittsfläche und E-Modul:  $E \cdot A$

zugeordnete Einwirkungen (Beispiele)	reine Zug- und Druckkräfte gleichförmige Temperaturänderungen Kriechen, Schwinden, zentrischer Zwang
zugeordnete Spannungen (Stäbe)	Normalspannungen $\sigma_x$

**b) Biegesteifigkeiten** = Produkte der Trägheitsmomente und E-Modul:  $E \cdot I_y$   $E \cdot I_z$

zugeordnete Einwirkungen (Beispiele)	außermittig angreifende Normalkräfte Biegemomente ungleichmäßige Temperaturänderungen exzentrisch wirkender Zwang
zugeordnete Spannungen (Stäbe)	Normalspannungen $\sigma_x$

**c) Schubsteifigkeit** = Produkt von Querschnittsfläche und G-modul:  $G \cdot A$

zugeordnete Einwirkungen (Beispiele)	Querkräfte (Ableitung des Biegemoments) Scherkräfte (Verbindungen) Gleitkräfte
zugeordnete Spannungen (Stäbe)	Schubspannungen $\tau_{xy}$ , $\tau_{xz}$

**d) Torsionssteifigkeit** = Produkt von Torsionsträgheitsmoment und G-modul:  $G \cdot I_T$

zugeordnete Einwirkungen	aus einem äußeren Torsionsmoment resultierender St. Venantscher Anteil und resultierendes Wölb-torsionsmoment
zugeordnete Spannungen	primäre Schubspannungen $\tau_p$ sekundäre Schubspannungen $\tau_s$

**e) Wölbsteifigkeit** = Produkt von Wölbwiderstand und E-Modul:  $E \cdot I_\omega$

zugeordnete Einwirkungen	aus einem äußeren Torsionsmoment resultierendes Wölb-bimoment
zugeordnete Spannungen	(Wölb-) Normalspannungen $\sigma_x$

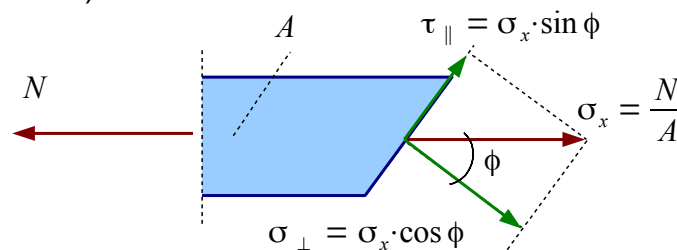
Die Berechnung der Spannungen aus verschiedenen Einwirkungen unter Verwendung der Steifigkeiten wurde in den vorhergehenden Abschnitten gezeigt. Sie sind, sofern sie aus den mit den Teilsicherheitsbeiwerten behafteten Einwirkungsgrößen berechnet wurden, Grundlage für die Nachweise nach der ET I. O. (Designgrößen).

Für die Nachweise ist die Kombination und Zusammenfassung der Spannungen sinnvoll und nötig, denn Spannungen können aus verschiedenen Lastfällen und Lastkombinationen berechnet werden. Meist ist der maßgebende Lastfall vorab nicht bestimmbar. In allgemeinen Tragwerken ist auch der Ort der größten Beanspruchung nicht von vornherein erkennbar. Außerdem berücksichtigen die bisher angegebenen Gleichungen nicht das gleichzeitige Auftreten verschiedener Spannungen. Darüber hinaus ist bisher nicht festgelegt, wie das gleichzeitige Auftreten verschiedener Spannungen rechnerisch zu behandeln ist. Darauf wird nachfolgend "stahlbauspezifisch" kurz eingegangen. Das bedeutet zunächst die Beschränkung auf stabförmige Bauteile ( $l \gg b$ ,  $l \gg h$ ). Das bedeutet auch, dass aus den Materialkennwerten entsprechende Vergleichswerte bereit gestellt werden müssen. In diesem Zusammenhang ist noch zu beschreiben, wie die Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_M$  bzw.  $\gamma_m$  in die Berechnung eingehen. Im ersten Abschnitt des Scriptes wurden lediglich die Teilsicherheitsbeiwerte der Lastseite erläutert, da diese aus der EN 1990 stammen. Die Materialeseite kann für den Stahlbau dagegen nur in Normen der Reihe EN 1993-j-k festgelegt werden.

Doch zunächst zur Kombination der aus den Einwirkungen berechneten Spannungen. Einleitend wurde unter Beschränkung auf stabförmige Bauteile festgestellt, dass in den Querschnitten im Wesentlichen auftreten:

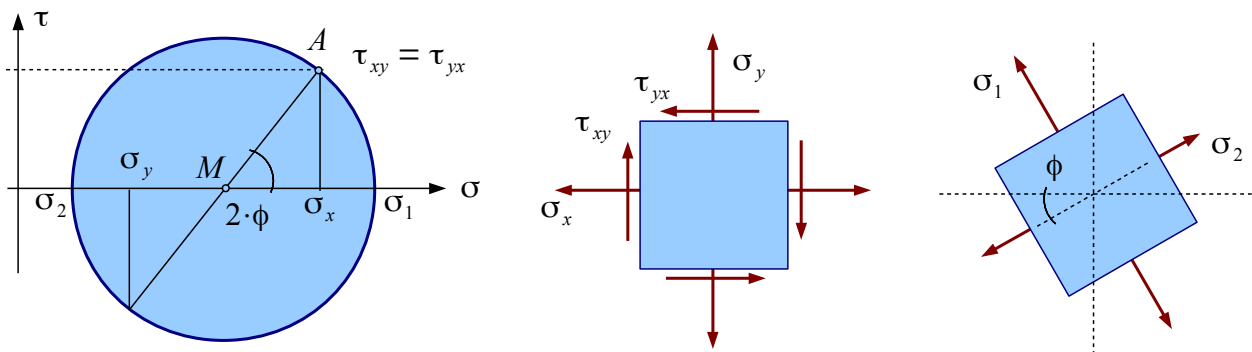
- a) Normalspannungen  $\sigma_x$  wirken senkrecht auf der Querschnittsebene, sind abhängig von der Lage im  $yz$  Koordinatensystem des Querschnitts
- b) Schubspannungen  $\tau$  wirken innerhalb der Querschnittsebene, sind abhängig von der Lage im  $yz$  Koordinatensystem des Querschnitts

Spannungen sind grundsätzlich als Vektoren zu verstehen. Eine einfache Addition der Beträge von Spannungsvektoren ist folglich nur zulässig, wenn die Vektoren in derselben Achse wirken. In allen anderen Fällen ist eine Reduktion nur auf vektorieller Ebene möglich (Beispiel s.a. Bild 3-51).



**Bild 3-51:** Aufteilung einer Spannung in Anteile innerhalb der Schnittebene und senkrecht zu einer Schnittebene

Ein Körper aus einem elastischen Material kann seine Gestalt nur dauerhaft ändern, wenn eine bestimmte Spannung, die Fließspannung (im Stahlbau  $f_y$ ) erreicht wird. Dabei ist es unerheblich, in welcher Richtung die Spannung im Körper wirkt. Die Spannungen in einem Bauteil müssen daher entsprechend transformiert werden können. Bild 3-51 zeigt lediglich ein sehr einfaches Beispiel dafür. Für den ebenen Spannungszustand lässt sich die Transformation von Spannungen sehr anschaulich mit dem Mohrschen Spannungskreis darstellen (Bild 3-52), wie aus der Festigkeitslehre bekannt ist. Spannungstransformationen und der Mohrsche Spannungskreis sind typische Ingenieurmodelle.



**Bild 3-52:** Mohrscher Spannungskreis zur Bestimmung der Hauptspannungen

Sind für einen ebenen Spannungszustand die Spannungen  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  und  $\tau_{xy}$  bekannt, kann in einem  $\sigma$ - $\tau$ -Koordinatensystem ein Kreis mit dem Radius  $|\tau_{max}|$  und den Mittelpunktkoordinaten  $[\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}; 0]$  konstruiert werden. Dabei wird  $\tau_{max}$  erhalten, indem über der Ordinate  $\sigma_x$  die Schubspannung  $\tau_{xy}$  senkrecht (nach oben) aufgetragen wird.  $\sigma_x$  sei die betragsmäßig größere der beiden Spannungen  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$ . Der Zentriwinkel zwischen der  $\sigma$ -Achse und der Verbindungslinie  $\overline{AM}$  entspricht dem doppelten Drehwinkel, der erforderlich ist, die Schnittebenen so zu verdrehen, dass keine Schubspannungen an den Schnittebenen wirken (mittleres zum rechten Bild in 3-52). Die zugehörigen Normalspannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  entsprechen den Schnittpunkten des Spannungskreises mit der  $\sigma$ -Achse.  $\sigma_1$  ist die größte auftretende Normalspannung und der Radius des Kreises entspricht der größten auftretenden Schubspannung  $\tau_{max}$ .

Die Berechnungsformeln sind über übliche Beziehungen am Kreis leicht ableitbar. Es gilt:

$$\tau_{max} = \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2}{4} + \tau_{xy}^2} = r_{Kreis}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm r_{Kreis} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2}{4} + \tau_{xy}^2}$$

$$\tan 2 \cdot \phi = \frac{2 \cdot \tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \tag{3-117}$$

Modul(e)

Pflichtmodul Stahlbau - Bachelor

Hinweis: Die Trägheitsmomente  $I_y$  und  $I_z$  sowie das Zentrifugalmoment  $I_{yz}$  eines beliebigen Querschnitts verhalten sich analog den Spannungen im ebenen Spannungszustand. Die Gleichungen 3-117 können also zur Berechnung der Hauptträgheitsmomente sinngemäß eingesetzt werden.

Spannungstransformationen können analog auch räumlich durchgeführt werden. Zusätzlich zu den Hauptspannungen des ebenen Spannungszustands wird eine dritte Hauptspannung bestimmt. Aus den berechneten Spannungen, die also beliebig transformiert werden können, ist nunmehr eine Vergleichsspannung zu formulieren. Es gibt verschiedene Fließhypothesen, auch Versagensregeln, auf deren Grundlage eine Vergleichsspannung  $\sigma_v$  ermittelt werden kann. Eine ältere Hypothese ist die Schubspannungshypothese nach Mohr und Tresca. Unter Verwendung der Hauptspannungen wird das Versagen definiert, wenn die größte Differenz der Hauptspannungen erreicht ist. Am Mohrschen Kreis ist zu sehen, dass diese Differenz seinem Durchmesser, mithin dem doppelten Wert der maximalen Schubspannung entspricht:

$$\sigma_v = 2 \cdot \tau_{max} = \max(|\sigma_1 - \sigma_2|; |\sigma_2 - \sigma_3|; |\sigma_3 - \sigma_1|) \quad (3-118)$$

Gleichung 3-118 gilt für den räumlichen Fall. Im ebenen Fall muss nur der erste Betrag  $|\sigma_1 - \sigma_2|$  maximal werden. 3-118 kann auch für den allgemeinen Spannungszustand umgeschrieben werden:

$$\sigma_v = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4 \cdot \tau_{xy}^2} \quad (3-119)$$

Die für den Stahl wesentliche Vergleichsspannungshypothese ist eng an die Namen Huber, von Mises und Hencky geknüpft. Dabei wird eine Energie definiert, die dazu führt, dass der Körper seine Gestalt wesentlich verändert. Diese Energie ist die Gestaltänderungsenergie. Fließen drückt sich durch Dehnungen/Verzerrungen aus, die anwachsen, ohne dass die Spannung erhöht wird (Fließplateau in der Spannungs-Dehnungs-Linie). Die Vergleichsspannung nach Huber, von Mises und Hencky kann für alle Materialien eingesetzt werden, die ausgeprägtes Fließen aufwiesen und „normal“ belastet werden. Ausgeschlossen sind spröde Materialien (Guss, auch Holz) sowie wechselnde und stoßartige Belastungen.

Für den räumlichen Zustand wird die Vergleichsspannung wie folgt angegeben:

$$\sigma_v = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \quad (3-120)$$

Die Gleichung kann alternativ auch für den Fall eines allgemeinen Spannungszustands angegeben werden:

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - \sigma_x \sigma_y - \sigma_x \sigma_z - \sigma_y \sigma_z + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)} \quad (3-121)$$

Für den ebenen Spannungszustand lautet die „abgespeckte“ Gleichung 3-121:

Modul(e) **Pflichtmodul Stahlbau - Bachelor**

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3 \tau_{xy}^2} \quad (3-122)$$

und letztlich für den Stab als eindimensionales Bauteil:

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_x^2 + 3 \tau_{xy}^2} \quad (3-123)$$

Aus Gleichung 3-123 wird direkt die zulässige maximale Schubspannung berechnet, die sich ergibt, wenn sie allein, also ohne Normalspannung wirkt. Das heißt, in 3-123 ist in diesem Fall  $\sigma_x = 0$  zu setzen:

$$\sigma_v = \sqrt{3} \cdot \tau_{xy} \quad (3-124)$$

Der Wert  $\sigma_v$  geht dabei über in  $\tau_{R,d}$  als zulässiger Widerstand (Vergleichswert) und es wird mit  $\tau_{xy} = f_{y,d}$  als zulässige Fließspannung die Schreibweise aus Gleichung 3-45 bestätigt:

$$\tau_{R,d} = \frac{f_{y,d}}{\sqrt{3}} \quad (\text{analog 3-45, s. S. 102}) \quad (3-125)$$

In der EN 1993-1-1 ist eine leicht abgeänderte Schreibweise der Vergleichspannungshypothese enthalten. Nach Abschnitt 6.2.1 wurde für Nachweise nach der Elastizitätstheorie das Kriterium aus 3-122 wie folgt umgeschrieben (Indizes an EN 1993-1-1 angepasst):

$$\sigma_v^2 = f_{y,d}^2 = \left( \frac{f_{y,k}}{\gamma_{M0}} \right)^2 \geq \sigma_{x,Ed}^2 + \sigma_{z,Ed}^2 - \sigma_{x,Ed} \sigma_{z,Ed} + 3 \tau_{Ed}^2$$
$$1 \geq \left( \frac{\sigma_{x,Ed}}{f_{y,k}/\gamma_{M0}} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{z,Ed}}{f_{y,k}/\gamma_{M0}} \right)^2 - \left( \frac{\sigma_{x,Ed}}{f_{y,k}/\gamma_{M0}} \right) \left( \frac{\sigma_{z,Ed}}{f_{y,k}/\gamma_{M0}} \right) + 3 \left( \frac{\tau_{Ed}}{f_{y,k}/\gamma_{M0}} \right)^2 \quad (3-126)$$

In der Norm wird darauf hingewiesen, dass dieser Nachweis konservativ ist. Das bedeutet, dass plastische Spannungsumlagerungen, die nach E-Theorie in der Norm erlaubt sind, hier nicht erfassbar sind. Wie das erfolgt, wird später erläutert. Daher erklärt sich auch der Ansatz von  $\gamma_{M0}$ . Der in 3-126 angegebene Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_{M0}$  ist sowohl in der EN 1993-1-1 als auch im nationalen Anhang zur EN 1993-1-1 mit

$$\gamma_{M0} = 1,0 \quad (3-127)$$

festgelegt.

Als eine weitere Hypothese sei die Hauptnormalspannungshypothese nach Rankine genannt, die für spröde Werkstoffe gern eingesetzt wird, bei denen eine Fließbedingung wegen des fehlenden Fließplateaus in der Spannungs-Dehnungs-Linie keinen Sinn macht. Dabei wird davon ausgegangen, dass die größte Normalspannung zum Versagen führt.

### 3.8 Weitere Bezüge zur EN 1993-1-1

Die Ausführungen sind zunächst um die vollständige Angabe der Teilsicherheitsbeiwerte für die Materialseite zu ergänzen. Es kann durchaus sein, dass weitere Beiwerte in den weiterführenden Normen und deren nationale Anhänge (z. B. EN 1993-2 bis EN 1993-6) definiert werden. Hier ist also:

- a) bei allen Nachweisen ein enger Bezug zur Norm zu suchen, Tabellenwerke sind dahingehend oft nicht vollständig und
- b) beim Einsatz „vollautomatischer“ Programme festzustellen, welche Werte voreingestellt sind und ggf. angepasst werden müssen.

Tabelle 3-2 gibt die Teilsicherheitsbeiwerte der Materialseite für Querschnitts- und Bauteilnachweise an.

Wert	$\gamma_{Mi}$	Nachweis der Tragsicherheit allgemein (GZT)
<b>1,00</b> (1,00)	$\gamma_{M0}$	Beanspruchbarkeit von Querschnitten (unabhängig von der Querschnittsklasse)
<b>1,10</b> (1,00)	$\gamma_{M1}$	Beanspruchbarkeit von Bauteilen bei Stabilitätsversagen (wenn Bauteilnachweise erfolgen)
<b>1,25</b> (1,25)	$\gamma_{M2}$	Beanspruchbarkeit von Querschnitten bei Bruchversagen infolge Zugbeanspruchung
Wert	$\gamma_{Mi}$	Außergewöhnliche Bemessungssituation (GZT)
<b>1,00</b> (1,00)	$\gamma_{M0}$	Beanspruchbarkeit von Querschnitten (unabhängig von der Querschnittsklasse)
<b>1,00</b> (1,00)	$\gamma_{M1}$	Beanspruchbarkeit von Bauteilen bei Stabilitätsversagen (wenn Bauteilnachweise erfolgen)
<b>1,15</b> (1,25)	$\gamma_{M2}$	Beanspruchbarkeit von Querschnitten bei Bruchversagen infolge Zugbeanspruchung
anzuwenden sind die Werte des NA (fett), Klammerwerte = EN 1993-1-1		

**Tabelle 3-2:** Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_{Mi}$  nach EN 1993-1-1

Für die Bemessung von Anschlüssen werden in EN 1993-1-8 weitere Werte  $\gamma_{Mi}$  definiert (s. dort).

Ob die Vorgehensweisen nach der ET I. O eingesetzt werden dürfen bzw. wann sie eingesetzt werden müssen, wird anhand der Querschnittsklassifikation entschieden. Bei der Klassifikation wird auch ein Ausblick auf weitere mögliche Nachweisverfahren gegeben.

### 3.8.1 Abgrenzungskriterien und Klassifikation von Querschnitten

Die Spannungen, exakter: die aus den Einwirkungen resultierenden Beanspruchungen der Bauteile, die nach den üblichen Berechnungsverfahren, also auch nach ET I. O, ermittelt werden, können trotz richtiger Berechnung von einigen Querschnitten nicht aufgenommen werden. Es gibt andere Versagensmechanismen, die vorher wirksam werden können. So kann zum Beispiel lokales Beulen an Lasteinleitungsstellen und Stabanschlüssen, aber auch einfach an Stellen mit hoher Belastung auftreten. Für eine bessere Beurteilung sieht EN 1993 eine Klassifizierung der Querschnitte vor.

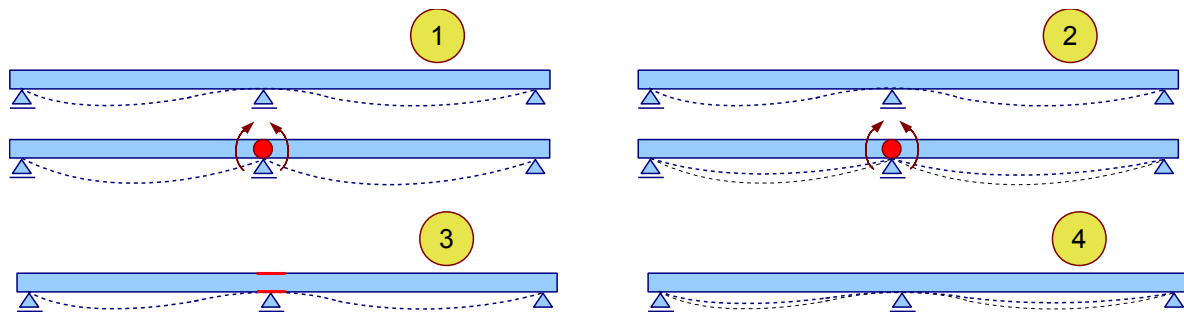


Bild 3-53: Querschnittsklassifizierung nach EN 1993-1-1, Klasse 1 bis 4

<b>1</b>	vollplastische Gelenke und Fließzonen können ohne Einschränkung der Rotationskapazität gebildet werden	<b>2</b>	vollplastische Gelenke und Fließzonen können gebildet werden, Beulen tritt aber bei geringeren Verdrehungen am Fließgelenk auf
<b>3</b>	Fließspannung wird in den äußeren Fasern erreicht (elastische Grenzlast), örtliches Beulen verhindert eine höhere Auslastung	<b>4</b>	örtliches Beulen tritt tritt vor Erreichen der Streckgrenze in einem oder mehreren Teilen des Querschnitts auf

Tabelle 3-3: Querschnittsklassifizierung nach EN 1993-1-1, Pkt. 5.5

Die vier Querschnittsklassen sind allgemein in Tabelle 3-3 aufgeführt und im Bild 3-53 mit dem wesentlichen Inhalt skizziert. Weitere Randbedingungen der EN 1993-1-1 sind:

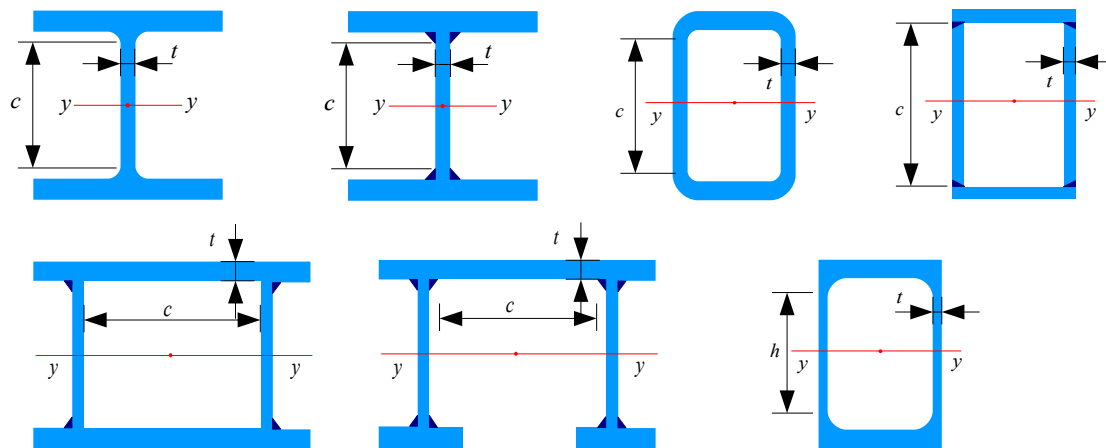
- a) Die Einteilung in die 4 Klassen ist vom Verhältnis  $c/t$  seiner (auch nur teilweise) druckbeanspruchten Teile abhängig ( $c$  = Breite oder Höhe eines Flansches oder Steges,  $t$  = zugehörige Dicke, Definitionen s.a. Bild 3-5).
- b) Bei der elastischen Berechnung für Querschnitte der Klasse 4 dürfen statt der tatsächlichen, effektive, also abgeminderte, Breiten verwendet werden.
- c) Der Querschnitt wird durch die höchste Klasse eines seiner druckbeanspruchten Bestandteile klassifiziert. Alternativ kann es sinnvoll sein, Steg und Flansche in unterschiedlichen Klassen zu belassen.
- d) Wird der Steg nur für die Schubübertragung angesetzt, ist die Klassifizierung nach den Flanschen (Gurten) ausreichend.



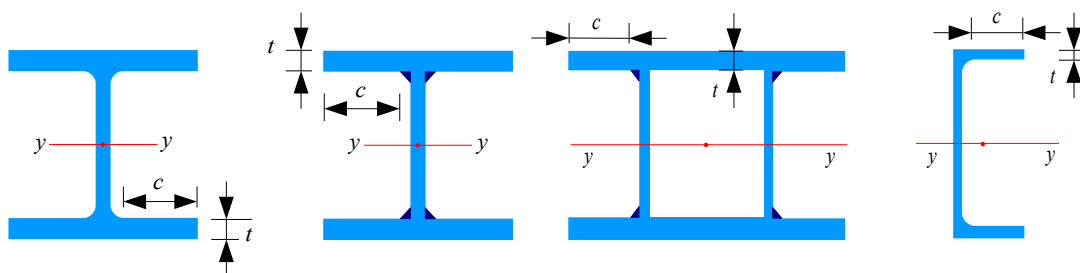
Weitere Bedingungen werden ggf. in den entsprechenden Abschnitten des Scriptes und bei den Übungsaufgaben erläutert, s.a. EN 1993-1-1, 5.5.2.

Die Tabelle 5.2 der EN 1993-1-1 wird nachfolgend in den Tabellen 3-4 bis 3-7 sinngemäß wiedergegeben. Darin ist zu erkennen, dass die Einordnung vielfach von den Spannungen abhängt, die nach ET I. O berechnet wurden (Klasse 3). Querschnitte, die nicht nach Tabelle 3-4 bis 3-7 zugeordnet werden können, gehören zur Klasse 4.

Die Tabellen sind je einmal für druckbeanspruchte Querschnittsteile, die an beiden Seiten gestützt sind (Bild 3-54), für druckbeanspruchte Querschnittsteile, die nur an einer Seite gestützt sind (Bild 3-55) und für Winkel sowie runde Hohlprofile (Bild 3-56). Mit „gestützt“ ist in diesem Sinne der Anschluss an weitere Teile des Querschnitts gemeint. Beidseitig gestützt ist also in jedem Fall der Steg eines I- oder U-Profils. Flansche sind dagegen stets nur einseitig gestützt.



**Bild 3-54:** Definitionen von  $c$  und  $t$  beidseitig gestützter druckbeanspruchter Querschnittsteile nach EN 1993-1-1 (i.d.R. Stege)



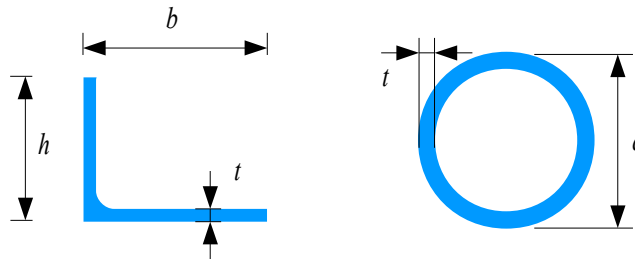
**Bild 3-55:** Definitionen von  $c$  und  $t$  einseitig gestützter druckbeanspruchter Querschnittsteile nach EN 1993-1-1 (i.d.R. Flansche)

Bei der Festlegung von  $c$  sind die Schweißnähte und Ausrundungen zu beachten.



Modul(e)

Pflichtmodul Stahlbau - Bachelor



**Bild 3-56:** Definitionen von  $c$  und  $t$  bei Winkeln und runden Hohlprofilen nach EN 1993-1-1 (i.d.R. Flansche), Winkel mit durchgehender Verbindung zu anderen Querschnittsteilen s.a. Regeln für Flansche

Beidseitig gestützte druckbeanspruchte Querschnittsteile (Stege u. ä.)			
Klasse	Reine Biegung im Querschnittsteil	Reiner Druck im Querschnittsteil	Biegung und Druck im Querschnittsteil
	<b>Bild 3-57 a</b>	<b>Bild 3-57 b</b>	<b>Bild 3-57 c</b>
<b>1</b>	$c/t \leq 72 \cdot \varepsilon$	$c/t \leq 33 \cdot \varepsilon$	wenn $\alpha > 0,5 \rightarrow c/t \leq \frac{396 \cdot \varepsilon}{(13 \cdot \alpha - 1)}$
			wenn $\alpha \leq 0,5 \rightarrow c/t \leq \frac{36 \cdot \varepsilon}{\alpha}$
<b>2</b>	$c/t \leq 83 \cdot \varepsilon$	$c/t \leq 38 \cdot \varepsilon$	wenn $\alpha > 0,5 \rightarrow c/t \leq \frac{456 \cdot \varepsilon}{(13 \cdot \alpha - 1)}$
			wenn $\alpha \leq 0,5 \rightarrow c/t \leq \frac{41,5 \cdot \varepsilon}{\alpha}$
	<b>Bild 3-57 d</b>	<b>Bild 3-57 e</b>	<b>Bild 3-57 f</b>
<b>3</b>	$c/t \leq 124 \cdot \varepsilon$	$c/t \leq 42 \cdot \varepsilon$	wenn $\psi > -1 \rightarrow c/t \leq \frac{42 \cdot \varepsilon}{(0,67 + 0,33 \cdot \psi)}$
			wenn $\psi \leq -1 \rightarrow c/t \leq 62 \cdot \varepsilon (1 - \psi) \sqrt{-\psi}$
Hinweise: 1. Zur Definition von $\varepsilon$ s.a. Tabelle ... 2. Das Randspannungsverhältnis $\psi \leq -1$ gilt, falls a) $\sigma_{Druck} \leq f_y$ ist, oder b) für die Dehnungen infolge Zug $\varepsilon_{Zug} > \frac{f_y}{E}$ gilt.			

**Tabelle 3-4:** maximale  $c/t$  -Verhältnisse zur Querschnittsklassifizierung nach EN 1993-1-1 (entspricht der Tabelle 5.2) für beidseitig gestützte druckbeanspruchte Querschnittsteile

Der Wert  $\varepsilon$  in den Tabellen 3-4, 3-6 und 3-7 berechnet sich nach:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} \tag{3-128}$$

und kann nach Tabelle 3-5 verwendet werden, in der (3-128) ausgewertet ist:

$f_y$	235	275	355	420	460
$\epsilon$	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71
$\epsilon^2$	1,00	0,85	0,66	0,56	0,51

Tabelle 3-5: Wert  $\epsilon$ , Auswertung von Gleichung 3-128

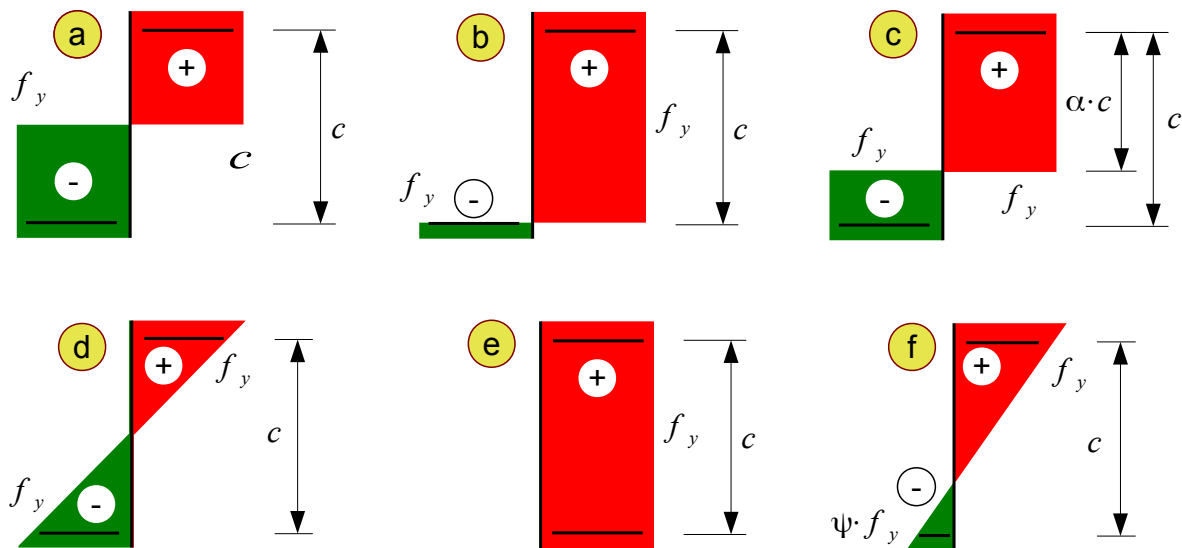


Bild 3-57 a) bis f): Zur Tabelle 3-4 gehörende Darstellung zur Spannungsverteilung beidseitig gestützter Querschnittsteile,  
**ACHTUNG!** Rot = positiv = Druckspannung  
 Grün = negativ = Zugspannung

Einseitig gestützte druckbeanspruchte Querschnittsteile (Flansche)			
Klasse	Reiner Druck im Querschnittsteil	Druck und Biegung im Querschnittsteil	
		Druck am freien Rand	Zug am freien Rand
	Bild 3-58 a	Bild 3-58 b	Bild 3-58 c
1	$c/t \leq 9 \cdot \epsilon$	$c/t \leq \frac{9 \cdot \epsilon}{\alpha}$	$c/t \leq \frac{9 \cdot \epsilon}{\alpha \sqrt{\alpha}}$
2	$c/t \leq 10 \cdot \epsilon$	$c/t \leq \frac{10 \cdot \epsilon}{\alpha}$	$c/t \leq \frac{10 \cdot \epsilon}{\alpha \sqrt{\alpha}}$
	Bild 3-58 d	Bild 3-58 e	Bild 3-58 f
3	$c/t \leq 14 \cdot \epsilon$	$c/t \leq 42 \cdot \epsilon$	$c/t \leq 21 \cdot \epsilon \sqrt{k_\sigma}$

Hinweise:  $k_\sigma$  s. EN 1993-1-5 (Plattenbeulen)

Tabelle 3-6: wie Tabelle 3-4, nur für einseitig gestützte Bauteile

Modul(e)

Pflichtmodul Stahlbau - Bachelor

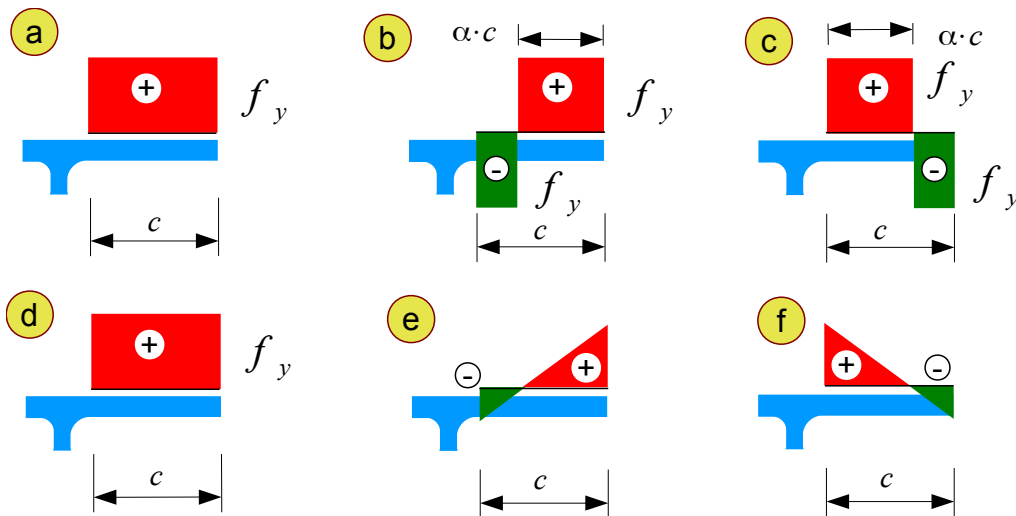


Bild 3-58 a) bis f): Zur Tabelle 3-6 gehörende Darstellung zur Spannungsverteilung einseitig gestützter Querschnittsteile,  
**ACHTUNG!** Rot = positiv = Druckspannung  
 Grün = negativ = Zugspannung

Winkel und runde Hohlprofile	
<b>Klasse</b>	auf Druck beanspruchte Querschnittsteile / Winkel (Bild 3-59)
<b>1</b>	entfällt
<b>2</b>	entfällt
<b>3</b>	$h/t \leq 15\varepsilon$ und $\frac{b+h}{2t} \leq 11,5\varepsilon$
<b>Klasse</b>	Auf Druck beanspruchte runde Hohlprofile (ohne Bild)
<b>1</b>	$d/t \leq 50\varepsilon^2$
<b>2</b>	$d/t \leq 70\varepsilon^2$
<b>3</b>	$d/t \leq 90\varepsilon^2$ Wenn $d/t \geq 90\varepsilon^2$ s. EN 1993-1-6

Tabelle 3-7: wie Tabelle 3-4, nur für Winkel und runde Hohlprofile  
 Hinweis: Werte für  $\varepsilon^2$  s. Tabelle 3-5.

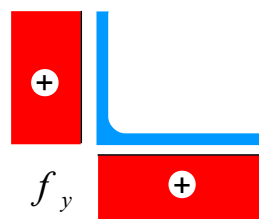


Bild 3-59: auf Druck beanspruchte Querschnittsteile, ohne durchgehenden Anschluss an weitere Querschnittsteile

### 3.9 Beispiele

Für den Einsatz der ET I. O werden nachfolgend einige Beispiele vorgerechnet. Dabei werden die Schreibweisen und Angaben der Norm übernommen und parallel auf die in den Herleitungen enthaltenen Gleichungen verwiesen. In einigen Fällen sind dabei weitere Überprüfungen für vollständige Nachweise erforderlich, die bisher nicht genannt wurden.

Folgende Beispielfälle werden untersucht:

- a) Nachweis von Zugstäben mit und ohne Lochabzug (2 Beispiele)
- b) Nachweis von nicht stabilitätsgefährdeten Druckstäben (1 Beispiel)
- c) Nachweis bei Stäben mit ein- und zweiachsiger Biegung ohne Stabilitätsgefährdung (2 Beispiele)
- d) Nachweis bei Stäben mit Querkraftbeanspruchung (1 Beispiel)
- e) Nachweis bei Stäben mit Torsionsbeanspruchung (2 Beispiele)
- f) Nachweis bei kombinierter Beanspruchung aus Biegung und Querkraft (1 Beispiel)
- g) Nachweis bei Stäben mit kombinierter Beanspruchung aus Biegung und Längskraft (1 Beispiel)

Nach EN 1993-1-1 (3.2.6) darf im Stahlbau weitgehend einheitlich mit folgenden Bemessungswerten der Materialkonstanten gearbeitet werden.

Elastizitätsmodul	$E = 210.000 \frac{N}{mm^2} = 21.000 \frac{kN}{cm^2} = 2,1 \cdot 10^8 \frac{kN}{m^2}$
Schubmodul	$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} = 81.000 \frac{N}{mm^2}$
Querdehnzahl (Poissonzahl)	$\nu = 0,3$
Wärmeausdehnungskoeffizient	$\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \frac{1}{K}$ (Komplex 3-129)

#### a) Nachweis von Zugstäben mit und ohne Lochabzug

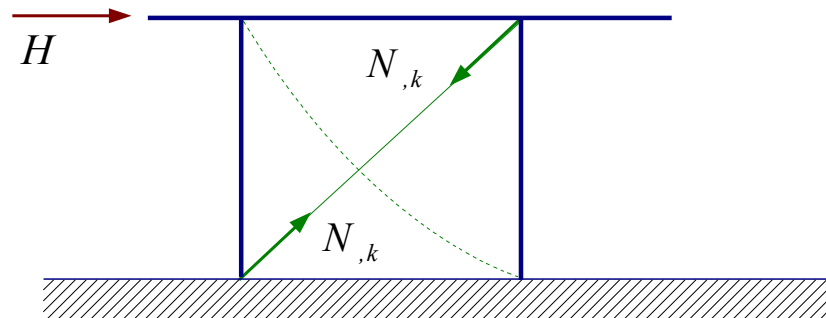
Reine Zugstäbe kommen vorwiegend in Fachwerken und aussteifenden Verbänden vor. Der Anteil an Biegespannungen muss gegenüber der Normalkraft vernachlässigbar klein sein. Ferner muss ausgeschlossen werden, dass der Durchhang der Zugstäbe zu Steifigkeitsabminderungen führt, wie das bei Seilen der Fall ist. Beides sei hier vorausgesetzt.

Bei der statischen Berechnung eines Wandverbandes (Bild 3-60) wurde für die folgenden Lastfälle die charakteristische Normalkraft  $N_k$  in der Zugdiagonalen berechnet:

LF 1: Eigenlast $g$	:	$N_{g,k} \approx 0$	
LF 2: Schnee $s$	:	$N_{s,k} \approx 0$	
LF 3: Wind $w_{längs}$	:	$N_{wl,k} = 12,4 \text{ kN}$	(3-130)

Lasten aus der Stabilisierung der Dachfläche treten in der Wandebene nicht auf, da sie in der Regel eine Gleichgewichtsgruppe innerhalb der Dachfläche bilden und folglich nicht bis in die Gründung zu verfolgen sind. So ist der Wind häufig die einzig relevante Last, die bei der Auslegung des Wandverbandes zu berücksichtigen ist.

Nicht berücksichtigt wurde hier allerdings eine Last aus der Gebäudeaussteifung (Schiefstellung). Hier kann nach EN 1993-1-1, Abschnitt 5.3 (Imperfektionen) eine Ersatzlast für die Schiefstellung auftreten.



**Bild 3-60:** Zugbeanspruchung einer druckschlaffen Diagonalen in einem Wandverband – System zu Beispiel 1

Wandverbände sind tragende Bauteile von Hallen und Hochbauten aus Stahl. Der hier zu erbringende Nachweis ist also in die Kategorie „STR“ (s.S. 26) einzuordnen, für welche die Gleichung 1-20 als Grundkombination gilt. Da Eigengewicht vernachlässigt wird, also nur eine echte Auswirkung vorhanden ist, muss der Wind dabei als Leiteinwirkung gelten. Für  $Q_{k,1} \hat{=} N_{wl,k}$  und  $\gamma_M = 1,5$  nach Gleichung 1-29 wird

$$Q_d = Q_{k,1} \cdot \gamma_M = 12,4 \cdot 1,5 = 18,6 \text{ kN} \quad (\text{Schreibweise EN 1990}) \quad (3-131)$$

als Designwert für die auftretende Zugkraft im nachzuweisenden Stab erhalten. Die Zugkraft ist die Auswirkung infolge der Einwirkung „Wind“ für den untersuchten Verband. Die exakte Bezeichnung nach EN 1993-1-1 ist damit:

$$N_{Ed} = 18,6 \text{ kN} \quad (\text{Schreibweise EN 1993-1-1, Gl. 6.5}) \quad (3-132)$$

Für die Widerstandsseite ist zunächst das Material festzulegen und der zugehörige Grundwert für die Fließspannung zu bestimmen. Es sei ein Rundstahl von 10 mm Durchmesser S235 nach Tabelle 2-4 mit

$$f_{y,k} = 235 \frac{N}{mm^2} \quad (3-133)$$

verwendet. Der Bemessungswert  $N_{t,Rd}$  wird nach EN 1993-1-1, Gl 6.6, damit berechnet:

$$N_{t,Rd} = N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{10^2 \cdot \pi \cdot 235}{4 \cdot 1,0} = 18.456,86 \text{ N} = 18,46 \text{ kN} \quad (3-134)$$

wobei  $\gamma_{M0}$  nach Tabelle 3-2 anzusetzen ist und  $A$  als Bruttoquerschnittsfläche berechnet ist, da bei einem Rundstahl kein Lochabzug auftreten kann. An der Bezeichnung  $N_{pl,Rd}$  ist zu erkennen, dass bei reiner Zugbeanspruchung an allen Stellen im Querschnitt die Fließspannung gleichzeitig erreicht wird. Der eigentliche Nachweis wird nach EN 1993-1-1, Gl. 6.5 erbracht.

$$\frac{N_{Ed}}{N_{t,Rd}} \stackrel{!}{\leq} 1 \rightarrow \frac{18,60}{18,46} = 1,01 > 1 \rightarrow \text{NW ist NICHT erfüllt} \quad (3-135)$$

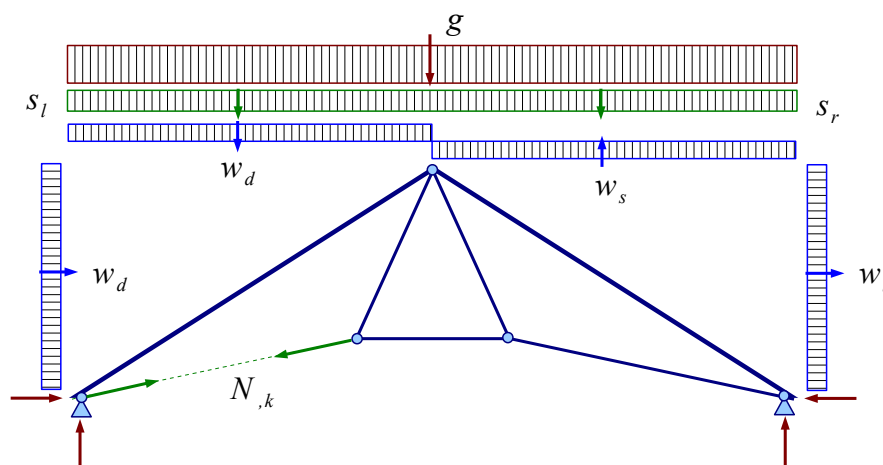
Es sei ausdrücklich darauf hingewiesen, dass die Grenze EXAKT bei 1,00 anzusetzen ist. Eigenmächtig definierte „geringfügige Überschreitungen“ entsprechen rechtlich nicht den anerkannten Regeln der Technik und bergen die Gefahr des Versicherungsverlustes der Berufshaftpflicht im Streitfall wegen Fahrlässigkeit. Bei Erhöhung des Rundstahldurchmessers von 10 auf 12 mm wird erhalten:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{t,Rd}} \stackrel{!}{\leq} 1 \rightarrow \frac{18.600,00 \cdot 4 \cdot 1,0}{12^2 \cdot \pi \cdot 235} = 0,70 < 1 \rightarrow \text{NW ist erfüllt} \quad (3-136)$$

Wird statt des größeren Durchmessers ein verbessertes Material (S275) verwendet, ändert sich der Nachweis wie folgt:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{t,Rd}} \stackrel{!}{\leq} 1 \rightarrow \frac{18.600,00 \cdot 4 \cdot 1,0}{10^2 \cdot \pi \cdot 275} = 0,86 < 1 \rightarrow \text{NW ist erfüllt} \quad (3-137)$$

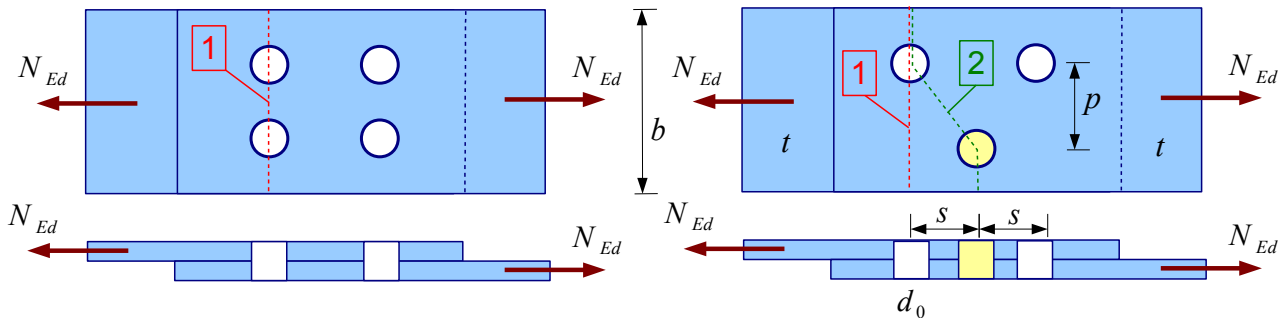
Das System und die berücksichtigten Lasten für das zweite Beispiel sind im Bild 3-61 skizziert. An den Anschlüssen sei der nachzuweisende Stab gestoßen. Der Stoß ist mit Bild 3-62 gegeben (2 Varianten). Es sei vorausgesetzt, dass die Bruttofläche des Querschnitts außerhalb des Stoßbereiches größer ist, als die Nettofläche am Stoß, folglich der Nachweis der Zugtragfähigkeit für das Grundmaterial am Stoß als maßgebend zu untersuchen ist.



**Bild 3-61:** Zugbeanspruchung eines Spannsystems für einen Dachbinder einer Industriehalle

Modul(e)

Pflichtmodul Stahlbau - Bachelor



**Bild 3-62:** Zugstoßausbildung für den Stabanschluss des gekennzeichneten Zugstabes aus Bild 3-61, zulässige Lochabstände seien eingehalten

Der Zugstoß soll nachgewiesen werden für folgende Geometrie- und Lastwerte:

$b = 100 \text{ mm}$	$N_{wind,k} = 62 \text{ kN}$
$d_0 = 16 \text{ mm}$	$N_{schnee,k} = 91 \text{ kN}$
$t = 12 \text{ mm}$	$N_{eigen,k} = 78 \text{ kN}$
$p = 60 \text{ mm}$	
$s = 45 \text{ mm}$	$n = 2$

(3-138)

Der Wert  $n = 2$  bedeutet, dass sich zwei Löcher im Verlauf der Risslinie 2 (grün) gem. Bild 3-62 befinden. Die Schnittgrößen seien für die Lastfälle aus Bild 3-61 ermittelt. Es ist offensichtlich, dass für den Nachweis des Grundmaterials die Anordnung und die Größe der Löcher von Bedeutung sein kann. Zur Bestimmung der Nettoquerschnittsfläche für die im Bild links skizzierte Stoßvariante wird die eingetragene Risslinie 1 (rot) angenommen und vom Bruttoquerschnitt  $A$  der doppelte Lochquerschnitt subtrahiert.

$$A_{net} = b \cdot t - 2 \cdot t \cdot d_0 = 100 \cdot 12 - 2 \cdot 12 \cdot 16 = 816 \text{ mm}^2 \quad (3-139)$$

Für die im Bild rechts dargestellte Stoßvariante mit versetzten Löchern ist der kleinere der Werte zu verwenden, der sich für die eingetragenen Risslinien 1 (rot) und 2 (grün) ergibt. Mit den aus der EN 1993-1-1 übernommenen Bezeichnungen aus Bild 3-62 wird  $A_{net}$  berechnet:

$$A_{net} = \min[A_{net,1}; A_{net,2}] \quad (3-140)$$

mit  $A_{net,1} = b \cdot t - t \cdot d_0$  und

$$A_{net,2} = b \cdot t - t \cdot \left( n \cdot d_0 - \frac{s^2}{4 \cdot p} \right)$$

Hinweis: Bei Winkelprofilen bzw. Profilen mit Löchern in Flanschen und Stegen ist der Abstand  $p$  zwischen den Löchern parallel zur Wirkungsrichtung der Zugkraft in der Profilmittte zu messen. Die letzte Gleichung im Komplex 3-140 entspricht der Formel 6.3 in EN 1993-1-1.

$$A_{net,1} = b \cdot t - t \cdot d_0 = 100 \cdot 12 - 12 \cdot 16 = 1008 \text{ mm}^2$$



$$A_{net,2} = b \cdot t - t \cdot \left( n \cdot d_0 - \frac{s^2}{4 \cdot p} \right) = 100 \cdot 12 - 12 \cdot \left( 2 \cdot 16 - \frac{45^2}{4 \cdot 60} \right) = 917,25 \text{ mm}^2 \quad (3-141)$$

Maßgeblich ist offensichtlich  $A_{net,2}$  für die kritische Risslinie 2 aus Bild 3-62. Nunmehr ist wie schon im ersten Beispiel  $N_{Ed}$  aus den in der Statik berechneten Schnittgrößen zu bestimmen. Vorliegend gelten die Angaben aus 3-138.

Für die Kombination wird auch hier der Nachweis in der Kategorie „STR“ nach Gleichung 1-20 erforderlich. Es gilt nach 1-29 offenbar:

$$\gamma_{eigen} = 1,35, \quad \gamma_{wind} = 1,50, \quad \gamma_{schnee} = 1,50 \quad (3-142)$$

Folgende Kombinationsbeiwerte  $\psi_0$  können aus Tabelle 1-5 abgelesen werden:

$$\psi_{0,wind} = 0,6, \quad \psi_{0,schnee} = 0,5 \quad (3-143)$$

Damit können folgende Kombinationen gebildet werden:

a) Leiteinwirkung Wind  $1,35 \cdot N_{eigen,k} + 1,50 \cdot N_{wind,k} + 1,50 \cdot 0,5 \cdot N_{schnee,k}$

$$N_{Ed,1} = 1,35 \cdot 78 + 1,50 \cdot 62 + 0,75 \cdot 91 = 266,55 \text{ kN}$$

b) Leiteinwirkung Schnee  $1,35 \cdot N_{eigen,k} + 1,50 \cdot 0,6 \cdot N_{wind,k} + 1,50 \cdot N_{schnee,k}$

$$N_{Ed,2} = 1,35 \cdot 78 + 0,90 \cdot 62 + 1,50 \cdot 91 = 297,60 \text{ kN} \quad (3-144)$$

Maßgebend ist  $N_{Ed} = N_{Ed,2} = 297,60 \text{ kN}$ . Für die Widerstandsseite ist wieder das Material festzulegen und der zugehörige Grundwert für die Fließspannung und die Zugspannung zu bestimmen. Für S355 nach Tabelle 2-4 gilt:

$$f_{y,k} = 355 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \text{und} \quad f_{u,k} = 490 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (3-145)$$

Mit den bereits berechneten maßgebenden Nettoflächen für die beiden Stoßvarianten wird nach den Gleichungen 6.6 und 6.7 aus EN 1993-1-1 der kleinere der sich ergebenden Werte als  $N_{t,Rd}$  gesetzt:

a) Stoßvariante 1 ( $A_{net} = 816 \text{ mm}^2$ )

$$N_{t,Rd} = \min [N_{pl,Rd}; N_{u,Rd}] \quad \text{mit} \quad N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$\text{und} \quad N_{u,Rd} = \frac{0,9 \cdot A_{net} \cdot f_u}{\gamma_{M2}} \quad (3-146)$$

wird berechnet:

Modul(e)

Pflichtmodul Stahlbau - Bachelor

$$N_{pl,Rd} = \frac{12 \cdot 100 \cdot 355}{1,0} = 426.000 \text{ N} = 426 \text{ kN}$$

$$N_{u,Rd} = \frac{0,9 \cdot 816 \cdot 490}{1,25} = 287.884,8 \text{ N} = 287,9 \text{ kN}$$

Damit gilt:

$$N_{t,Rd} = 287,9 \text{ kN} \quad (3-147)$$

Die Stoßvariante 1 kann folglich wegen:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{t,Rd}} \stackrel{!}{\leq} 1 \rightarrow \frac{297,60}{287,9} = 1,034 > 1 \rightarrow \text{NW ist NICHT erfüllt} \quad (3-148)$$

nicht ausgeführt werden. Es wird Variante 2 überprüft.

b) Stoßvariante 2 (  $A_{net} = 917,25 \text{ mm}^2$  )

Analog muss 3-146 ausgewertet werden. Der einzige Wert der sich ändert ist  $A_{net}$  für die Bestimmung von  $N_{u,Rd}$ .

$$N_{u,Rd} = \frac{0,9 \cdot 917,25 \cdot 490}{1,25} = 323.605,8 \text{ N} = 323,6 \text{ kN} = N_{t,Rd}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{t,Rd}} \stackrel{!}{\leq} 1 \rightarrow \frac{297,60}{323,6} = 0,92 < 1 \rightarrow \text{NW ist erfüllt} \quad (3-149)$$

Mit versetzten Löchern kann der Stoß im Zugstab ausgeführt werden. Bei der Übernahme von Lasten aus einer statischen Berechnung ist stets darauf zu achten, ob:

- a) die Lasten wie vorgegeben linear kombiniert werden dürfen (bei ET I. O ja)
- b) die charakteristischen Werte ausgegeben sind

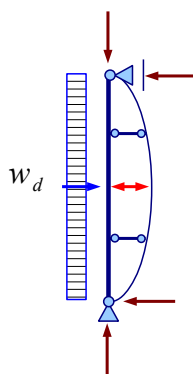
Bei nichtlinearen Berechnungsverfahren gilt das Superpositionsgesetz nicht mehr. Dann sind bereits die Einwirkungen mit den Teilsicherheitsbeiwerten zu versehen. Hier wurden erst die Auswirkungen der Einwirkungen mit den Beiwerten behandelt.

Vorstehende Nachweise behandeln ausschließlich die Grundkombination im GZT. Es sind keine Nachweise für den GZG und keine außergewöhnlichen Lasten untersucht worden. Aus der Art der Verbindungsmittel und bei einseitigen Anschlüssen von Winkelprofilen sind weitere Randbedingungen zu beachten. Es wird auf EN 1993-1-8, Abschnitt 3 verwiesen.

Die Gleichung 6.6. aus EN 1993-1-1 (s. hier 3-134 und 3-146) ist adäquat zu den allgemein bei der Herleitung angegebenen Schreibweisen 3-13 bzw. 3-14. Mit den dargestellten Nachweisen wurde das Prinzip der EN 1993-1-1, dass an allen Querschnitten die Beanspruchungen kleiner sein müssen als die Beanspruchbarkeiten, eingehalten.

## b) Nachweis von nicht stabilitätsgefährdeten Druckstäben

Bauteile unter Druck sind bis auf wenige Ausnahmen auf Stabilität zu untersuchen. Selten ist der hier aufgeführte Nachweis ausreichend. Es wird vorausgesetzt, dass das zutrifft, was bei gedrungenen Stäben durchaus der Fall sein kann. Im Bild 3-63 ist eine hinterspannte Fassadenkonstruktion dargestellt, die mit kurzen Spreizstäben versehen ist. Diese erhalten durch die Windlasten und eine planmäßige Vorspannung Druckkräfte. Wegen der kurzen Länge, können diese Stäbe nicht knicken. Prinzipiell ist die Knickgefahr von Druckstäben stets abzu prüfen. In diesem Beispiel wird das Eigengewicht der Strebe bzw. die daraus resultierenden Biegemomente vernachlässigt.



**Bild 3-63:** hinterspannte Fassadenstütze, Druckkraft in der mittleren Strebe:

$$N_{wind,k} = -15 \text{ kN} = Q_{k,1}$$

$$N_{vorsp,k} = -75 \text{ kN} = P$$

Kennwerte der mittleren Strebe:

$$l = 0,90 \text{ m}$$

$$\text{Rohr RO 51 x 2,6 mm}$$

$$S 355 \text{ mit } f_y = 355 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Aus den angegebenen charakteristischen Einwirkungen ist zunächst der maßgebende Wert der Druckkraft ( $N_{Ed}$ ) nach EN 1990 zu kombinieren. Erneut gilt Gleichung 1-20. Zu den Vorzeichen ist anzumerken, dass nach üblicher Statik Zugkräfte positiv und Druckkräfte negativ definiert sind. Später werden in der Stabilitätstheorie Druckkräfte und Druckspannungen positive Vorzeichen erhalten. Das wurde bei der Querschnittsklassifizierung bereits angedeutet. Aus der Kombinationsvorschrift bleibt im vorliegenden Fall zu berücksichtigen:

$$N_{Ed} = \gamma_P \cdot P + \gamma_{k,1} \cdot Q_{k,1} = 1,35 \cdot (-75) + 1,50 \cdot (-15) = -123,75 \text{ kN} \quad (3-150)$$

Zu beachten ist, dass die während der Montage aufzubringende Vorspannung als ständige Last behandelt wird (s.a. EN 1993-1-1, 2.3.1 (4)) und folglich  $\gamma_P = 1,35$  zu setzen ist.

Als zweites ist der maßgebende Wert für den Bauteilwiderstand zu berechnen. Dafür gelten nach EN 1993-1-1 die Gleichungen 6.10 für Querschnitte der Klassen 1 bis 3 und 6.11 für die Klasse 4. Diese stimmen unter Beachtung der umgestellten Schreibweise wieder mit den Gleichungen 3-13 und 3-14 des Scriptes überein. Lediglich für Querschnitte der Klasse 4 kommt hier die Pflicht zur Verwendung einer effektiven Querschnittsfläche ( $A_{eff}$  statt  $A$ ) hinzu, was hier ausgeschlossen ist, denn das eingesetzte Rohr entspricht der Klasse 1, wie anhand Tabelle 3-7 leicht zu überprüfen ist:

$$\frac{d}{t} = \frac{51}{2,6} = 19,61 < 50 \cdot \epsilon^2 = 50 \cdot 0,66 = 33,3 \quad (3-151)$$

Damit kann der Bauteilwiderstand  $N_{c,Rd}$  berechnet werden ( $A = 3,95 \text{ cm}^2$ ):

$$N_{c,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = 395 \text{ mm}^2 \cdot 355 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \frac{1}{1,0} = 140.225,00 \text{ N} = 140,2 \text{ kN} \quad (3-152)$$

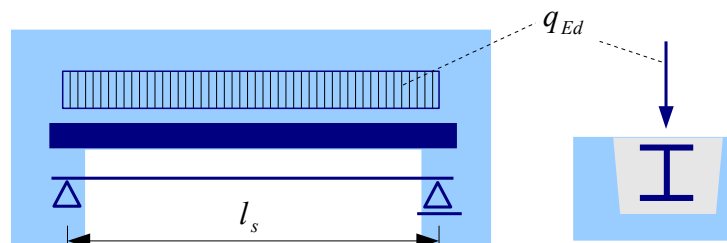
Nunmehr kann der Nachweis nach EN 1993-1-1, Gleichung 6.9 erfolgen, wobei für  $N_{Ed}$  der Betrag der Druckkraft eingesetzt wird:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} \stackrel{!}{\leq} 1 \rightarrow \frac{123,75 \text{ kN}}{140,20 \text{ kN}} = 0,88 < 1 \rightarrow \text{NW ist erfüllt} \quad (3-153)$$

Hinweis: Ein Lochabzug muss bei Druckstäben nur vorgenommen werden, wenn es sich um übergroße Löcher oder Langlöcher nach EN 1090 handelt. Ansonsten wird vorausgesetzt, dass die Löcher mit Verbindungsmitteln gefüllt sind, welche die Fehlflächen ersetzen bzw. überbrücken, die Druckspannungen also direkt übertragen können.

### c) Nachweis bei Stäben mit ein- und zweiachsiger Biegung ohne Stabilitätsgefährdung

Ähnlich wie bei Druckstäben gibt es auch bei der Biegung weitere Versagensmechanismen, die mit dem hier gezeigten einfachen Spannungsnachweis nach ET I. O nicht erfasst werden können. Für die Beispiele an dieser Stelle sei ohne weitere Erläuterungen vorausgesetzt, dass die gezeigten Nachweise ausreichend sind. Zu den Abgrenzungskriterien und den weiteren Nachweisen wird an entsprechender Stelle ausgeführt.



**Bild 3-64:** einfacher Stahlträger zur Öffnungsüberdeckung in einem Massivbau

Definitiv erfüllt sind diese Voraussetzungen bei den oft zur Überdeckung von Öffnungen eingesetzten Trägern, wenn diese entweder in U-Schalen verlegt und mit Beton verfüllt werden oder, wie im Bestand vielfach zu finden, eine seitliche Ausmauerung vorhanden ist (s. Bild 3-64).

Die lichte Öffnungsweite ist stets kleiner als die Stützweite des Trägers. Diese wiederum ist kleiner, als die tatsächliche Gesamtlänge des Trägers. Für übliche Berechnungen ist es in der Regel ausreichend, zur Bestimmung der Stützweite die lichte Weite der Öffnung um 5 % zu erhöhen:

$$l_s = 1,05 \cdot l_i \quad (3-154)$$

In statischen Berechnungen werden in der Regel bereits die Einwirkungen mit den Teils-

cherheitsbeiwerten belegt. In den vorherigen Beispielen wurden zur Demonstration des Vorgehens erst die Auswirkungen mit den  $\gamma_F$ -Werten multipliziert. Nunmehr soll der Träger aus Bild 3-64 mit den folgenden Kennwerten untersucht werden:

$$l_s = 3,10 \text{ m} \quad , \quad q_{Ed} = 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad , \quad \text{Stahl S 235} \quad , \quad \text{Profil HEA-120} \quad (3-155)$$

Gemäß üblicher Statik kann aus der Belastung und dem statischen System (Träger auf 2 Stützen) das auftretende Biegemoment in Trägermitte einfach berechnet werden:

$$M_{Ed} = \frac{q_{Ed} \cdot l_s^2}{8} = \frac{25 \cdot 3,1^2}{8} = 30,03 \text{ kNm} = 30,03 \cdot 10^6 \text{ Nmm} \quad (3-156)$$

Für die Widerstandsseite ist das aufnehmbare Moment in Abhängigkeit von der Querschnittsklasse zu bestimmen. Solange der Nachweis nach ET I. O geführt werden soll, sind Besonderheiten nur für die Querschnittsklasse 4 zu beachten. Dann nämlich ist statt des kleinsten elastischen Widerstandsmomentes  $W_{el, min}$  das kleinste effektive elastische Widerstandsmoment  $W_{eff, min}$  zu verwenden. Die Querschnittsklassifizierung im vorliegenden Fall liefert für dieses Beispiel

a) für den Steg (nach Tabelle 3-4 und Bild 3-57 d):

$$t_{ws} = 5 \text{ mm} \quad c = h - 2(r + t_f) = 114 - 2(12 + 8) = 74 \text{ mm}$$
$$\frac{c}{t_w} = \frac{74}{5} = 14,8 < 124 \quad \rightarrow \quad \text{Klasse 3, auch Klasse 1, da } < 72 \quad (3-157)$$

b) für den Flansch (nach Tabelle 3-6 und Bild 3-58 a bzw. d):

$$t_f = 8 \text{ mm} \quad c = \frac{1}{2} \cdot (b - 2 \cdot r - t_w) = \frac{1}{2} \cdot (120 - 2 \cdot 12 - 5) = 45,5 \text{ mm}$$
$$\frac{c}{t_g} = \frac{45,5}{8} = 5,69 < 14 \quad \rightarrow \quad \text{Klasse 3, auch Klasse 1, da } < 9 \quad (3-158)$$

In 3-157 und 3-158 wurde wegen  $f_y = 235 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  der Wert  $\epsilon = 1$  gesetzt (Tabelle 3-5).

Die Profilwerte sind üblichen Tabellenbüchern zu entnehmen. Die Walzradien sind zu beachten (s.a. Bilder 3-54 bis 3-56).

Die hier zu untersuchende Biegung um die  $y-y$ -Achse (starke Achse) gestattet es, das elastische Widerstandsmoment ebenfalls üblichen Tabellenbüchern zu entnehmen. Dort kann gefunden werden:

$$W_{el, min} = W_y = 106 \text{ cm}^3 \quad (3-159)$$

Modul(e)

Pflichtmodul Stahlbau - Bachelor

Derselbe Wert kann nach 3-24 mit  $z_{max} = \frac{h}{2}$  für  $h = 114 \text{ mm} = 11,4 \text{ cm}$  aus dem Trägheitsmoment berechnet werden, falls Tabellen vorliegen, in denen nur  $I_y$  angegeben ist:

$$W_{el, min} = \frac{I_y}{z_{max}} = \frac{2 \cdot 606 \text{ cm}^4}{11,4 \text{ cm}} = 106,3 \text{ cm}^3 \quad (3-160)$$

Die Schreibweise 3-28 des Scriptes kann mit  $\sigma = f_y$  leicht in eine Gleichung für das aufnehmbare Biegemoment überführt werden, wobei noch der Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_{M0}$  implementiert wird:

$$M_{c, Rd} = \frac{W_{el, min} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \quad (3-161)$$

Gleichung 3-161 gilt für die Querschnittsklassen 1 bis 3, wobei für die Klassen 1 und 2 Tragreserven verschenkt werden. Bei Klasse 4 ist  $W_{eff, min}$  zu verwenden. Das Nachweisformat schreibt EN 1993-1-1 in Gleichung 6.15 vor:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{c, Rd}} \stackrel{!}{\leq} 1 \rightarrow \frac{1,0 \cdot 30,03 \cdot 10^6}{106.000 \cdot 235} = 1,206 > 1 \rightarrow \text{NW ist nicht erfüllt} \quad (3-162)$$

Für eventuell erforderlichen Lochabzug ist im Zugflansch für die wirksame Nettozugfläche  $A_{f, net}$  und die Fläche  $A_f$  im Zugflansch die folgende Bedingung zu prüfen (entspricht Gleichung 6.16 in EN 1993-1-1):

$$\frac{A_{f, net} \cdot 0,9 \cdot f_u}{\gamma_{M2}} \stackrel{!}{\geq} \frac{A_f \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \quad (3-163)$$

Ist die Ungleichung erfüllt, dürfen Löcher im Zugflansch unberücksichtigt bleiben. Ein Abzug im Zugbereich des Steges ist nicht erforderlich, wenn die Gleichung 3-163 für die gesamte Zugzone sinngemäß erfüllt wird. In der Druckzone von Biegestäben ist analog den Druckstäben zu verfahren, ein Abzug also nur erforderlich, wenn die Löcher zu groß sind, Langlöcher vorhanden sind oder die Löcher nicht durch Verbindungsmittel ausgefüllt sind.

Das zweite Beispiel zur reinen Biegung behandelt einen Stab eines Rahmensystems aus S235, für den in der maßgeblichen Kombination um beide Hauptachsen Biegemomente berechnet wurden. Das Ergebnis der statischen Berechnung ist in Bild 3-65 dargestellt.

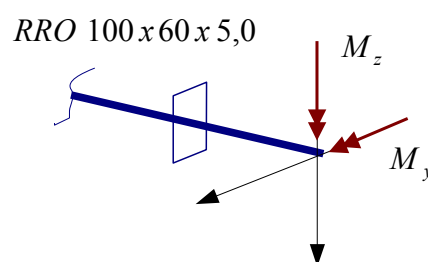


Bild 3-65: Biegemomente um die Hauptachsen bei zweiachsiger Biegung

Die berechneten Designwerte sind:

$$M_{z,Ed} = + 3,1 \text{ kNm}$$

$$M_{y,Ed} = - 4,5 \text{ kNm}$$

$$(3-164)$$

Weitere Schnittgrößen, etwa Querkräfte oder Torsionsmomente, seien für den maßgeblichen Schnitt vernachlässigbar klein. Der Querschnitt sei ein warmgefertigtes Rechteckprofil *RRO 100x60x5,0* nach EN 10210-2. Zur Klassifizierung des Querschnitts ist zuerst die Spannungsverteilung infolge der Biegemomente zu berechnen, da diese nicht so eindeutig festgelegt werden kann, wie in den vorherigen Beispielen. Das geschieht in Tabelle 3-8 unter Verwendung der Gleichung 3-35 (ohne Normalkraftanteil) und mit den Widerstandsmomenten  $W_y = 37,82 \text{ cm}^3$  und  $W_z = 27,86 \text{ cm}^3$ .

Spannungen (elastisch)	Systemskizze	Spannungen (elastisch)
$\sigma_{x,1} = + \frac{M_y}{W_y} - \frac{M_z}{W_z}$ $= \frac{450}{37,82} - \frac{310}{27,86}$ $= 0,77 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 7,70 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ <p>Zugspannung</p>		$\sigma_{x,2} = + \frac{M_y}{W_y} + \frac{M_z}{W_z}$ $= + \frac{450}{37,82} + \frac{310}{27,86}$ $= + 23,02 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = + 230,2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ <p>Zugspannung</p>
$\sigma_{x,3} = - \frac{M_y}{W_y} - \frac{M_z}{W_z}$ $= - \frac{450}{37,82} - \frac{310}{27,86}$ $= - 23,02 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = - 230,2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ <p>Druckspannung</p>	<p>Komplex (3-164)</p>	$\sigma_{x,4} = - \frac{M_y}{W_y} + \frac{M_z}{W_z}$ $= - \frac{450}{37,82} + \frac{310}{27,86}$ $= - 0,77 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = - 7,70 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ <p>Druckspannung</p>

**Tabelle 3-8:** Eckspannungen zur Querschnittsklassifizierung, Vorzeichen sind aufgabenspezifisch (Momente in tatsächlicher Wirkungsrichtung angetragen und Spannungsgleichungen entsprechend, Achtung zur Klassifizierung Vorzeichen tauschen)

Maßgebend für einen gedrückten Teil ist der Abschnitt 1-3. Ferner ist der Abschnitt 3-4 zu klassifizieren. Der sehr kleine Druckspannungsanteil im Abschnitt 2-4 kann vernachlässigt werden. Der obere Abschnitt 1-2 weist nur Zugspannungen auf und muss nicht klassifiziert werden, da er nicht beulgefährdet ist.



Die Klassifizierung für elastische Spannungsverteilung in einem beidseitig gestützten Bauteil wird nach Tabelle 3-4 und dem zugehörigen Bild 3-57 f vorgenommen. Dazu ist der Grenzwert für  $\frac{c}{t}$  in Abhängigkeit vom Verhältniswert  $\psi$  zunächst für den Abschnitt 1-3 zu bilden:

$$\psi_{1-3} = -\frac{7,7}{230,2} = -0,0334 > -1 \rightarrow \frac{c}{t} < \frac{42 \cdot \varepsilon}{(0,66 + 0,33 \cdot \psi)} \quad (3-165)$$

Mit  $c = h - 2 \cdot (r + t) = 100 - 2 \cdot (5 + 5) = 80 \text{ mm}$ ,  $t = 5 \text{ mm}$  und  $\varepsilon = 1$  kann somit klassifiziert werden:

$$\frac{c}{t} = \frac{80}{5} = 16 < \frac{42}{[0,66 + 0,33 \cdot (-0,0334)]} = 64,72 \rightarrow \text{Klasse 3 erreicht} \quad (3-166)$$

Analog wird der Nachweis für den Teil 3-4 geführt. Die Werte ändern sich nur gering und die Klasse 3 wird auch hier sicher erreicht:

$$\psi_{3-4} = \frac{7,7}{230,2} = 0,0334 > -1 \rightarrow \frac{c}{t} < \frac{42 \cdot \varepsilon}{(0,66 + 0,33 \cdot \psi)}$$

$$\frac{c}{t} = \frac{40}{5} = 8 < \frac{42}{(0,66 + 0,33 \cdot 0,0334)} = 62,59 \rightarrow \text{Klasse 3 erreicht} \quad (3-167)$$

Auf der sicheren Seite liegend hätte im vorliegenden Fall auch eine „schnelle“ Einordnung als komplett unter Druck stehendes Bauteil nach Bild 3-57e zum Ziel geführt. Das Nachweisformat wird durch Gleichung 6.42 der EN 1993-1-1 vorgegeben. Dabei gilt hier für

$$f_y = 235 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} :$$

$$\sigma_{x,Ed} < \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \rightarrow 230,2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < \frac{235}{1,0} \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \rightarrow \text{NW ist erfüllt} \quad (3-168)$$

Die größte Biegespannung wurde in Tabelle 3-8 bereits berechnet, da die angegebenen Biegemomente bereits die Teilsicherheitsbeiwerte enthalten (s. Index „Ed“). Damit ist auch dieser Nachweis erfüllt.

Der Abzug von Fehlquerschnitten in Zug- und Druckbereichen erfolgt singemäß, wie vorab bei den anderen Beispielen gezeigt. Für Querschnitte der Klasse 4 müsste die Berechnung der Spannungen (s. Tabelle 3-8) mit abgeminderten (effektiven) Querschnittswerten durchgeführt werden. Die Gleichung 3-35 geht dann unter Verwendung einer abgeänderten Schreibweise über in folgende Form (entspricht Gl. 6.44 aus EN 1993-1-1):

$$\frac{N_{Ed}}{A_{eff} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} + \frac{M_{y,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Ny}}{W_{eff,y,min} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} + \frac{M_{z,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Nz}}{W_{eff,z,min} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} \leq 1 \quad (3-169)$$